

### IDENTIFICACIÓN DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

<b>Unidad académica:</b> Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas.							
<b>Plan de estudios:</b> Licenciatura en Física y Matemáticas							
<b>Unidad de aprendizaje:</b> Análisis funcional				<b>Ciclo de formación:</b> Profesional y Especializado <b>Eje general de formación:</b> Generación y aplicación del conocimiento <b>Semestre:</b> 6° al 9°			
<b>Elaborada por:</b> Dr. Yuriy Karlovych				<b>Fecha de elaboración:</b> Marzo, 2021			
<b>Clave:</b>	<b>Horas teóricas</b>	<b>Horas prácticas:</b>	<b>Horas totales</b>	<b>Créditos:</b>	<b>Tipo de unidad de aprendizaje</b>	<b>Carácter de la unidad de aprendizaje:</b>	<b>Modalidad:</b>
	3	2	5	8	Optativa	Teórica-Práctica	Escolarizada
<b>Programa Educativo en el que se imparte:</b> Licenciatura en Física y Matemáticas del Instituto de Investigación en Ciencias Básicas y Aplicadas.							

### ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

<b>Presentación:</b> Se exponen y generalizan las ideas de unidades de aprendizajes previas de Análisis que dan rigor a la teoría moderna de ecuaciones diferenciales e integrales. En esta UA se introduce y estudia con detalles los espacios de Banach y de Hilbert abstractos, teoremas fundamentales del Análisis Funcional que tienen muchas aplicaciones en diferentes áreas de matemáticas, álgebras de operadores lineales acotados y propiedades básicas de sus subclases importantes. También se presentan ideas y herramientas de álgebras de Banach y $C^*$ , de la teoría espectral.
<b>Propósito:</b> Distinga y aplique la teoría de anillos, la teoría de campos y los espacios abstractos de Banach y Hilbert al término de la unidad de aprendizaje, a través de ejemplos ya conocidos como herramientas fundamentales en las matemáticas puras y aplicadas, en particular estudiar las propiedades del anillo de polinomios y su relación la teoría de campos y la teoría de Galois, para demostrar que todo polinomio no constante tiene algún cero en algún campo de extensión, aplicarlo a la resolución de problemas y presentar los teoremas básicos del Análisis Funcional y sus aplicaciones con pensamiento abstracto y capacidad creativa.
<b>Competencias que contribuyen al perfil de egreso.</b>
<b>Competencias genéricas:</b>
CG2. Capacidad de pensamiento crítico y reflexivo. CG4. Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. CG8. Capacidad creativa. CG11. Habilidades para buscar, procesar y analizar información. CG13. Habilidad para trabajar en forma autónoma. CG17 Capacidad de motivar y conducir hacia metas comunes.
<b>Competencias específicas:</b>
CE 2. Formula problemas en lenguaje matemático y contribuye a la construcción de modelos matemáticos, mediante la aplicación de teorías, fórmulas y principios matemáticos, con el fin de facilitar su análisis y solución en los sectores públicos, privados o sociales con rigor metódico, precisión y certeza.

CE 3. Utiliza y diseña programas o sistemas de computación mediante el uso de equipo especializado, para el procesamiento de información, cálculo numérico y simulación de procesos que permitan dar soluciones innovadoras a problemas planteados con objetividad y responsabilidad.

CE 5. Posee conocimientos, habilidades, valores y actitudes requeridos en investigación inter y multidisciplinaria de las ciencias básicas y aplicadas, mediante el análisis, intercambio y producción de información entre grupos académicos de diferentes campos disciplinares que involucren a la física y la matemática, para contribuir científicamente en equipos de investigación con un sentido de trabajo colaborativo y profesional.

CE 7. Comunica asertivamente conceptos, objetivos, métodos y resultados del lenguaje científico, mediante la comunicación oral y escrita, para presentar propuestas y proyectos de manera eficaz, funcional y aplicable.

## CONTENIDOS

Bloques:	Temas:
I. Espacios de Banach.	1.1 Espacios lineales. Dependencia lineal. Espacios cocientes. Subespacios. Funcionales lineales 1.2 Espacios lineales normados y de Banach. Continuidad de norma. Completez. Definición y ejemplos. 1.3 Conjuntos parcialmente ordenados y lema de Zorn. Convexidad. Teorema de Hahn-Banach (casos real y complejo). 1.4 Funciones lineales continuas (acotadas). Norma de funcional. Corolarios del Teorema de Han-Banach. 1.5 Espacio dual. Espacio segundo dual. Espacios reflexivos. Ejemplos.
II. Espacios de Hilbert.	2.1 Definición y ejemplos. Producto escalar. Desigualdad de Cauchy-Buniakovski-Schwarz. 2.2 Elementos ortogonales y ortonormales. Teorema de Pitágoras. Desigualdad de Bessel. 2.3 Proyección, complemento ortogonal. Espacio dual y representación de Riesz. 2.4 Bases ortonormales. Series de Fourier abstractas. Igualdad de Parseval. 2.5 Ortogonalización de Gram-Schmidt. Isomorfismos de espacios de Hilbert.
III. Operadores lineales acotados.	3.1 Operadores lineales y acotados. Norma de un operador. 3.2 Composición de operadores. Álgebra de Banach de operadores lineales acotados. 3.3 Invertibilidad. Teorema de Banach sobre el operador inverso. Operadores inversos unilaterales. Estabilidad de invertibilidad. 3.4 Teorema de Banach-Steinhaus (principio de acotación uniforme). Teorema sobre aplicación abierta. Teorema de Banach sobre la gráfica cerrada. 3.5 Topologías débil en espacios dual y segundo dual. Teorema de Banach-Alaoglu.

	3.6 Topologías fuerte y débil en espacios de operadores. Comparación de topologías.
IV. Operadores lineales acotados (continuación).	4.1 Operadores adjuntos y sus propiedades. Operadores autoadjuntos y sus normas. 4.2 Operadores compactos. Criterios de compacidad en espacios de funciones continuas y de Lebesgue. 4.3 Operadores con trazas, operadores de Hilbert – Schmidt. 4.4 Algunas aplicaciones (un teorema de continuidad, teorema de Stone-Weierstrass generalizado). 4.5 Operadores normales y sus valores propios. Operadores de proyección. Operadores positivos y raíces cuadradas. 4.6 Isometría parcial y sus propiedades. Descomposición polar.
V. Álgebras de Banach y álgebras $C^*$ .	5.1 Álgebras de Banach: Homomorfismos. Espectros y sus propiedades básicas. Grupo de los invertibles. 5.2 Álgebras de Banach conmutativas: Ideales y Homomorfismos. Transformada de Gelfand. 5.3 Involuciones. Álgebras $C^*$ . Formas lineales positivas. 5.4 Operadores acotados: Hechos fundamentales. Resoluciones de la identidad. Teorema espectral. 5.5 Álgebras $C^*$ y sus representaciones.

### ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE

Estrategias de aprendizaje sugeridas (Marque X)			
Aprendizaje basado en problemas	(x)	Nemotecnia	( )
Estudios de caso	(x)	Análisis de textos	( )
Trabajo colaborativo	( )	Seminarios	( )
Plenaria	( )	Debate	( )
Ensayo	( )	Taller	(x)
Mapas conceptuales	( )	Ponencia científica	( )
Diseño de proyectos	( )	Elaboración de síntesis	( )
Mapa mental	( )	Monografía	( )
Práctica reflexiva	( )	Reporte de lectura	( )
Tripticos	( )	Exposición oral	( )
Otros			
Estrategias de enseñanza sugeridas (Marque X)			
Presentación oral (conferencia o exposición) por parte del profesorado	(x)	Experimentación (prácticas)	( )
Debate o Panel	( )	Trabajos de investigación documental	(x)
Lectura comentada	(x)	Anteproyectos de investigación	( )
Seminario de investigación	( )	Discusión guiada	(x)
Estudio de Casos	(x)	Organizadores gráficos (Diagramas, etc.)	( )
Foro	( )	Actividad focal	( )
Demostraciones	( )	Analogías	( )
Ejercicios prácticos (series de problemas)	(x)	Método de proyectos	( )
Interacción la realidad (a través de videos, fotografías, dibujos y software especialmente diseñado).	(x)	Actividades generadoras de información previa	( )

Organizadores previos	( )	Exploración de la web	( )
Archivo	( )	Portafolio de evidencias	( )
Ambiente virtual (foros, chat, correos, ligas a otros sitios web, otros)	( )	Enunciado de objetivo o intenciones	( )

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Criterios sugeridos	Porcentaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exámenes parciales</li> <li>• Participación en clase</li> <li>• Tareas</li> </ul>	<p>50%</p> <p>20%</p> <p>30%</p>
Nota: Algunos de los instrumentos de evaluación que se pueden considerar son: Rúbricas, escalas de cotejo, escala estimativa, entre otros.	
<b>Total</b>	100 %

### PERFIL DEL PROFESORADO

Preferentemente con nivel Doctorado en Física, Matemáticas o área afín a la disciplina de la unidad de aprendizaje, que asegure un dominio integral de los saberes en su campo, es deseable que cuente con experiencia docente y en la generación y aplicación del conocimiento como ejercicio de su profesión.

### REFERENCIAS

#### Básicas:

- Kolmogorov, A.N., Fomin, S.V. (1975). *Elementos de teoría de funciones y del análisis funcional*. MIR.
- Reed, M., Simon, B. (1972). *Methods of Modern Mathematical Physics: Functional Analysis*. Academic Press, Inc.
- Rudin, W. (1979). *Análisis Funcional*, Ed. Reverté, S.A.
- Conway J. B. (1990). *A Course in Functional Analysis*. Springer-Verlag, New York.

#### Complementarias:

- Kreizyg E. (1978). *Introductory functional analysis with applications*, John Wiley & Sons.
- Lyusternik, L. A., Sobolev, V. I. (1960). *Elements of Functional Analysis*. F. Ungar, New York.